



UNIVERSITÀ DI PISA

Programma (contenuti dell'insegnamento)

Invertibilità di una funzione: dominio, immagine, grafico. Funzioni pari, dispari, periodiche e monotone. Assioma di completezza dei numeri reali. Insiemi limitati. Massimo e minimo di un insieme. Estremi superiore e inferiore. Valore assoluto e disuguaglianza triangolare.

Continuità. Teorema dei valori intermedi. Teorema di Weierstrass. Continuità della funzione inversa.

Limiti. Punti di accumulazione e punti interni. Limiti da sinistra e da destra. Relazione fra continuità e limite. Unicità del limite. Teorema dei Carabinieri. Limite della funzione inversa. Teorema sulla permanenza del segno. Limite della composizione di funzioni. Limite di una funzione monotona. Infinitesimi e infiniti. Massimo e minimo di funzioni definite su insiemi non limitati. Asintoti.

Calcolo differenziale. Derivata. Derivate destra e sinistra. Relazione fra derivabilità e continuità. Retta tangente al grafico. Derivate di ordine superiore al primo. Derivata della funzione inversa e della composizione di funzioni. Monotonia e segno della derivata. Punti di massimi o di minimo locali. Teoremi di Fermat, Rolle e Lagrange. Segno della derivata seconda nei punti di massimo o minimo locali. teorema di De L'Hôpital. Formula di Taylor. Polinomi di Taylor delle funzioni elementari. Convessità. Punti angolosi e di cuspidi. Grafico qualitativo di una funzione.

Successioni. Limite di una successione. Sotto-successioni. Teorema dei Carabinieri. Esistenza del limite e limitatezza. Successioni divergenti. Composizione tra successioni e funzioni. Criteri del rapporto e della radice. Il fattoriale.

Calcolo integrale. L'integrale di Riemann. Integrabilità delle funzioni generalmente continue. Linearità dell'integrale. Additività rispetto all'intervallo di integrazione. Teorema della media integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Integrali con estremi di integrazione variabili. Integrazione per parti e per sostituzione. Integrale delle funzioni razionali.

Integrali su domini di integrazione non limitati e di funzioni non limitate nell'intorno di un punto. Serie numeriche.

Funzioni di più variabili. Dominio, grafico e curve di livello. Limiti e continuità. Derivate parziali, differenziale e gradiente. Punti stazionari.

Derivate seconde, matrice Hessiana. Massimi e minimi locali interni. Massimi e minimi su domini limitati e chiusi. Moltiplicatori di Lagrange.

Bibliografia e materiale didattico

- ACERBI E., BUTTAZZO G.: Analisi matematica ABC. 1-Funzioni di una variabile, Pitagora Editrice, Bologna (2003)
- BUTTAZZO G., GAMBINI G., SANTI E.: Esercizi di Analisi Matematica I, Pitagora Editrice, Bologna (1991).
- AMAR M., BERSANI A.M.: Analisi Matematica 1 Esercizi e richiami di teoria, Edizioni LaDotta, Bologna (2012).
- ADAMS R.A.: Calcolo Differenziale 2 – Funzioni di più variabili, Casa Editrice Ambrosiana (2007)

Modalità d'esame

L'esame è costituito da un test e da una prova orale.

Il test è composto di 5 sezioni, ognuna su uno degli argomenti principali del corso: studio di funzione, successioni, integrali, serie e calcolo differenziale in più variabili.

Ogni sezione ha 2 domande ciascuna con 4 possibili risposte, una sola delle quali è esatta. Ogni risposta esatta vale un punto, quelle errate o mancanti valgono zero. Il tempo per sostenere il test sarà di 60 minuti.

Il test deve essere svolto senza l'ausilio di strumenti di calcolo, di testi o appunti e senza comunicare con altre persone.

Il punteggio minimo per poter affrontare l'orale è di 1 punto in **ogni** sezione del test.

L'esame orale consisterà nel risolvere alcuni esercizi ed esporre una definizione o un enunciato di teorema (senza dimostrazione). Con un orale di questo tipo, il voto solitamente non supera il 24. Al termine, lo studente potrà decidere di accettare il voto proposto dalla commissione e concludere l'esame oppure di proseguire con un orale completo dove deve mostrare di conoscere perfettamente le definizioni e i teoremi in programma, le relative dimostrazioni (quelle che sono state svolte nel corso) e saper utilizzare tali teoremi per affrontare un problema di tipo teorico. In questo caso non ci sono limiti di voto, né superiori né inferiori. Tale prolungamento di orale potrà essere svolto il giorno stesso o programmato per un giorno successivo.