



UNIVERSITÀ DI PISA

CRITTOGRAFIA POST-QUANTISTICA

EMMANUELA ORSINI

Anno accademico	2021/22
CdS	MATEMATICA
Codice	703AA
CFU	6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
CRITTOGRAFIA POST-QUANTISTICA	MAT/02	LEZIONI	42	PATRIZIA GIANNI EMMANUELA ORSINI

Obiettivi di apprendimento

Conoscenze

Gli studenti acquisiranno le conoscenze relative ai concetti di base della crittografia moderna e degli attacchi crittografici derivanti dal potenziale sviluppo di grandi computer quantistici, e sui protocolli crittografici che sembrano essere più resistenti agli attuali attacchi quantistici. A tal fine, illustreremo gli attacchi di Shor e Grover, e come il primo renda completamente insicuri tutti i sistemi crittografici a chiave pubblica in uso.

Illustreremo poi alcuni protocolli che resistono all'algoritmo di Shor, in particolare quelli considerati dall'attuale progetto di standardizzazione di crittografia post-quantistica del NIST, attualmente in fase di sviluppo.

Descriveremo i risultati matematici su cui si basano questi protocolli e gli algoritmi utilizzati per attaccarli. Studieremo principalmente algoritmi sui reticoli, codici correttori di errore e curve ellittiche.

Modalità di verifica delle conoscenze

Si valuterà l'abilità dello studente di discutere con competenza e chiarezza i contenuti principali del corso.

Modalità:

* Esame orale finale

Capacità

Gli studenti acquisiranno le conoscenze necessarie per partecipare alla ricerca nel campo della crittografia post-quantistica, e collaborare all'implementazione di algoritmi in questo campo, compresi algoritmi di crittanalisi.

Modalità di verifica delle capacità

Verifica nel corso dell'esame orale finale, che comprenderà anche una breve relazione tecnica su un argomento a scelta

Comportamenti

Gli studenti sono consigliati a frequentare le lezioni e a studiare gli argomenti via via presentati.

Modalità di verifica dei comportamenti

Nessuna

Prerequisiti (conoscenze iniziali)

I prerequisiti di aritmetica, fondamenti di algebra, algebra polinomiale, campi finiti, algebra lineare sono insegnati nei corsi del primo anno, e saranno comunque ripresi a lezione.

I prerequisiti necessari di carattere crittografico e algebro-geometrico insegnati in altri corsi saranno richiamati e saranno date precise indicazioni bibliografiche.

Corequisiti

Il corso è indipendente da altri corsi, anche se sinergie sono possibili.

Prerequisiti per studi successivi

Indicazioni su studi utili per la continuazione delle ricerche illustrate nel corso saranno date a lezione o in documentazione resa disponibile.



UNIVERSITÀ DI PISA

Programma (contenuti dell'insegnamento)

INTRODUZIONE ALLA CRITTOGRAFIA MODERNA

- Sicurezza incondizionata vs sicurezza computazionale, crittografia simmetrica, funzioni unidirezionali, PRF e PRG, funzioni hash
- Crittografia a chiave pubblica. Sicurezza CPA/CCA. Diffie-Hellman, RSA, Curve ellittiche
- Firme digitali, definizione di sicurezza
- Dimostrazioni a conoscenza zero

ARITMETICA

- Teorema dei numeri primi. Il simbolo di Lagrange. Criterio di Eulero. Reciprocità quadratica. Simbolo di Jacobi. Radice quadrata su un campo finito: algoritmi di Cipolla e Tonelli-Shanks.
- Test di primalità: pseudoprimi. Pseudoprimi di Eulero, pseudoprimi forti. Test di Miller Rabin. Fattorizzazione di interi: algoritmo Rho di Pollard. Fattorizzazione di interi: algoritmi di Fermat, di Dixon e Crivello quadratico. Logaritmo discreto

CALCOLO QUANTISTICO

- Introduzione al calcolo quantistico. Qubits. Quantum circuits. Modelli di calcolo. Quantum Gates.
- Trasformata di Fourier quantistica. Algoritmo per il calcolo della fase, algoritmo per il calcolo di un autovalore, algoritmo per il calcolo dell'ordine di un elemento
- Algoritmo di Shor: fattorizzazione e logaritmo discreto. Algoritmo di Grover

CRITTOGRAFIA POST-QUANTISTICA

- Progetto NIST di standardizzazione della crittografia post-quantistica
- Reticoli, geometria dei reticoli, problemi difficili su reticoli (SVP, CVP, LWE, NTRU), LLL e applicazioni, BKZ. Esempi di schemi.
- Codici correttori d'errore: codici lineari, codici ciclici, codici Goppa, McEliece e altri schemi. Codici quantistici, Reed-Muller.
- Isogenie: scambio di chiavi, CRS, SIDH e SIKE
- Schemi basati su primitive simmetriche: PICNIC

CONCLUSIONI E PROSPETTIVE

Bibliografia e materiale didattico

Note e slides

N. Koblitz A course in number theory and cryptography

N. Koblitz Algebraic aspects of cryptography

D. Micciancio, S. Goldwasser Complexity of lattice problems: a cryptographic perspective,

Post-quantum cryptography (D. Bernstein, J. Buchmann, E. Dahmen, eds.)

S. Goldwasser and M. Bellare Lecture Notes on Cryptography (MIT notes) <https://cseweb.ucsd.edu/~mihir/papers/gb.html>

J. Silverman, The Arithmetic of Elliptic Curves

J. Katz and Y. Lindell, Introduction to Modern Cryptography

N. Smart, Cryptography Made Simple

Indicazioni per non frequentanti

Gli studenti sono invitati a colloqui coi docenti anche su appuntamento

Modalità d'esame

Esame orale

Stage e tirocini

A richiesta, anche per conto di altri corsi

Ultimo aggiornamento 15/09/2021 11:58