



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

### ADOLFO BACCI

Anno accademico	2021/22
CdS	INGEGNERIA EDILE-ARCHITETTURA
Codice	119HH
CFU	9

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
SCIENZA DELLE COSTRUZIONI	ICAR/08	LEZIONI	108	ADOLFO BACCI NICOLA DARDANO

#### Programma (contenuti dell'insegnamento) **MECCANICA DEL CONTINUO**

##### **1. Cinematica della deformazione**

Concetto di corpo continuo, configurazione e campo di spostamento. Spostamento, deformazione, gradiente di spostamento. Deformazioni infinitesime. Tensore della deformazione e significato fisico delle sue componenti. Definizione di stato di deformazione in un punto. Variazione delle componenti del tensore della deformazione al cambiare del sistema di riferimento. Coefficiente di dilatazione lineare, variazione angolare, variazione di superficie e di volume. Dilatazioni e direzioni principali. Equazioni di congruenza interna: condizioni di integrabilità del campo di spostamento noto il tensore della deformazione. Esempi di applicazione.

##### **2. Problema dell'equilibrio dei solidi deformabili, tensioni, tensore dello sforzo**

Forze di superficie (contatto) e di volume. Concetto di corpo continuo secondo Cauchy e di tensione. Assioma di separazione di Eulero. Lemma di Cauchy. Tensore degli sforzi di Cauchy. Simmetria del tensore. Equazioni differenziali dell'equilibrio. Condizioni al contorno. Indeterminazione della soluzione del problema dell'equilibrio: il numero delle equazioni è inferiore a quello delle incognite. Tensioni e direzioni principali. Linee isostatiche. Tensione monoassiale, biassiale e triassiale, caso particolare del tensore sferico. Rappresentazione dello stato di tensione in un punto mediante i cerchi di Mohr. Esempi di applicazione.

##### **3. Teorema dei lavori virtuali**

Campi di forze-tensioni equilibrati. Campi di spostamento virtuali: infinitesimi e congruenti. Teorema dei lavori virtuali. Forma differenziale che descrive il lavoro elementare interno. Integrabilità della forma differenziale per trasformazioni adiabatiche e isoterme reversibili. Esempi di applicazione.

##### **4. Legami costitutivi**

Il concetto di materiale elastico. Lo stato naturale di un corpo. I corpi elastici secondo Green e la funzione densità di energia potenziale elastica. Condizioni di ammissibilità fisica della densità di energia potenziale elastica. I corpi elastici secondo Cauchy. I corpi elastici secondo Green-Cauchy. Il tensore dell'elasticità. Condizioni affinché una forma quadratica sia definita positiva. Concetto di simmetria elastica. Corpi elastici ortotropi. Corpi elastici isotropi e la riduzione a sole due componenti distinte del tensore di elasticità. Il corpo elastico isotropo secondo Lamé. Le costanti elastiche tecniche. I legami tensioni deformazioni e deformazioni tensioni per un corpo di Lamé. Esempi di applicazione.

##### **5. I teoremi dell'energia**

Il teorema di Clapeyron. Il teorema di reciprocità di Betti. Il teorema di Kirchhoff sull'unicità della soluzione del problema elastico in termini di tensioni e deformazioni, ma non in termini di spostamenti.

##### **6. Le formulazioni classiche del problema elastico**

Formulazione del problema dell'elasticità. Numero delle equazioni a disposizione (15) e numero delle incognite (15). Condizioni al contorno in termini di soli spostamenti (primo tipo o cinematiche), di sole tensioni (secondo tipo o statiche) oppure miste (terzo tipo, es. problemi di contatto fra corpi). Riduzione del problema dell'elasticità ad equazioni differenziali alle derivate parziali per il vettore spostamento (Navier-Cauchy). Riduzione del problema dell'elasticità



## UNIVERSITÀ DI PISA

ad equazioni differenziali alle derivate parziali per le sole tensioni (Beltrami-Mitchell). Esempi di soluzione ed applicazioni.

### 7. Il problema del solido elastico secondo de Saint Venant

Le ipotesi del problema del solido elastico di De Saint Venant, le condizioni di carico sulla superficie laterale e sulle basi. La scelta del sistema di riferimento. I casi semplici di sollecitazione: forza normale, flessione retta e deviata, taglio e flessione (flessione composta) e torsione. Le sollecitazioni composte e la sovrapposizione degli effetti. Forza normale: soluzione elastica, tensioni, deformazioni, vettore spostamento, rigidità estensionale, variazione di volume e delle dimensioni trasversali, energia di deformazione. Flessione retta e deviata: soluzione per un sistema di assi centrali e non principali d'inerzia e soluzione per un sistema di assi centrali e principali d'inerzia, tensioni normali e asse neutro, deformazioni, relazione fra asse neutro e asse di sollecitazione, modulo di resistenza di un sezione, rigidità flessionale, variazione della curvatura della linea d'asse del solido, variazione di volume e delle dimensioni trasversali, energia di deformazione. Flessione e taglio: soluzione approssimata di Jourawski (teoria approssimata del taglio), tensioni tangenziali, perdita della congruenza della deformazione, energia di deformazione, fattore di taglio e rigidità a taglio, scorrimento dovuto al taglio. Torsione: formulazione mediante la funzione d'ingobbamento, angolo di torsione, fattore di torsione e sue limitazioni, formulazione mediante la funzione di torsione, la soluzione per il cerchio, la sezione ellittica, quella triangolare equilatera, quella rettangolare sottile e quella rettangolare, analogia idrodinamica, teoria di Bredt per le sezioni in parete sottile chiusa, teoria delle sezioni in parete sottile aperta, i metodi approssimati per le sezioni composte da più rettangoli e da parti in parete sottile chiusa. Il passaggio alle travi dei risultati del problema di De Saint Venant. Il postulato di De Saint Venant e la distanza di estinzione degli effetti locali.

### 8. Resistenza delle strutture

Cenni storici sui materiali e le prove meccaniche effettuate su di essi. La legge di Hooke. La prova di trazione degli acciai. Fase di carico e scarico in una prova di trazione. Campo elastico proporzionale, non proporzionale e limite elastico. Snervamento e linee di Luder. Deformazioni plastiche e recupero delle deformazioni elastiche allo scarico. Concetto di criterio di resistenza. I criteri di resistenza storicamente più rilevanti. Il criterio di Tresca-Coulomb della tensione tangenziale massima. I criteri di resistenza energetici. Il criterio della limitazione dell'energia di deformazione di Beltrami. Il deviatore della tensione e della deformazione. Il criterio di resistenza di Von Mises o della limitazione dell'energia deviatorica responsabile del cambiamento di forma. Il concetto di tensione ideale monoassiale, equivalente nel senso dell'energia o della massima tensione tangenziale allo stato di tensione pluriassiale assegnato. Il coefficiente di sicurezza. La tensione ammissibile come riduzione della tensione limite del materiale in funzione del coefficiente di sicurezza. La verifica di resistenza delle strutture. Esempi di applicazione.

## TEORIA DELLE TRAVI

### 1. Sistemi rigidi di travi

Equazioni di equilibrio di un corpo rigido. Risultante e momento risultante di un sistema di forze. Teorema di trasposizione di momenti. Definizione di trave. Vincoli: prestazioni cinematiche e statiche. Vincoli interni. Caratteristiche della sollecitazione. Equazioni ausiliarie di equilibrio. Travature cinematicamente determinate e travature cinematicamente indeterminate. Travature ipostatiche, isostatiche o iperstatiche. Metodi per la determinazione del grado di iperstaticità di una struttura. Equazioni differenziali di equilibrio per travi ad asse rettilineo o curvo. Le travature reticolari. Condizione necessaria ma non sufficiente, fra il numero delle aste ed il numero dei nodi, affinché una travatura reticolare sia un corpo rigido. Il metodo di equilibrio dei nodi e quello delle sezioni di Ritter per determinare gli sforzi nelle aste. Esempi di calcolo di travature e di tracciamento dei diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione.

### 2. Travature elastiche

Parametri deformativi della trave riferiti alla linea d'asse. Legame costitutivo delle travi per forza normale, flessione, taglio e torsione. Le equazioni differenziali dell'equilibrio elastico per le travi ad asse rettilineo. Le condizioni al contorno di tipo cinematica e di tipo statico. Soluzione di problemi di determinazione della linea elastica. Condizioni di raccordo fra tratti diversi di trave. Il teorema dei lavori virtuali per le travi. Campi di forze-sollecitazioni equilibrati e campi di spostamento-deformazione virtuali. Calcolo dello spostamento di un punto e della rotazione di una sezione. Applicazione del teorema dei lavori virtuali alla soluzione delle strutture iperstatiche. Il metodo delle forze. Il sistema principale e la sua scelta ottimale. Le equazioni di congruenza ed il significato dei coefficienti elastici. Vincoli elastici, cedimenti anelastici, variazioni termiche, forzamenti. Le strutture a molte iperstatiche. Il metodo degli spostamenti. Le ipotesi di base del metodo. Telai a nodi fissi e a nodi spostabili. Le incognite: le rotazioni e gli spostamenti dei nodi. Le equazioni di equilibrio per i telai a nodi fissi in funzione delle rotazioni incognite. I momenti di incastro perfetto. Calcolo dei momenti di estremità delle aste, del taglio e della forza normale. Esempi di soluzione di strutture e elastiche.

### 3. Stabilità dell'equilibrio elastico

La stabilità dell'equilibrio come crisi strutturale per perdita di rigidità. La configurazione fondamentale di equilibrio e la configurazione variata, ancora di equilibrio. Le equazioni di equilibrio nella configurazione variata dove la deformata è incognita. L'energia potenziale totale: differenza fra energia potenziale elastica e il lavoro delle forze esterne. Equilibrio stabile, instabile ed indifferente. Sistemi articolati di aste rigide con parametri elastici concentrati. Il carico critico come problema della ricerca degli autovalori delle equazioni di equilibrio nella configurazione variata, oppure come estremo dell'energia potenziale totale. Gli autovettori come deformate critiche. Le aste elastiche. Il problema di Eulero. L'equazione differenziale della deformata critica di un'asta e le condizioni al contorno. Il carico critico nei casi semplici di trave a mensola, di trave vincolata con cerniere alle estremità, di trave con incastro e appoggio e di trave con doppio incastro. Concetto di lunghezza libera di inflessione. La tensione critica euleriana (iperbole di Eulero) e la definizione di snellezza. Validità delle formule di Eulero in funzione del legame costitutivo del materiale. Influenza nelle strutture reali delle condizioni di vincolo e d'inerzia nei vari piani di flessione. La verifica di stabilità delle strutture. Il metodo. Esempi di applicazione.



#### 4. Cenni di analisi limite delle strutture

La trave elasto-plastica. Il momento flettente al limite elastico e il momento flettente di completa plasticizzazione della sezione di una trave. Il comportamento di una sezione rettangolare nel passaggio dal momento flettente elastico al momento flettente ultimo. L'ampiezza della zona plastica nella sezione al variare del momento flettente. Calcolo del momento flettente ultimo per una sezione generica. Il collasso per flessione dominante. Il concetto di cerniera plastica e quello di carico di collasso, visto come il carico di equilibrio ultimo della trave divenuta un cinematismo. Casi particolari di cinematismi. Campi di sollecitazioni staticamente ammissibili. Campi di spostamento cinematicamente sufficienti. La massima dissipazione. Il carico di collasso come il carico che produce un campo di sollecitazioni staticamente ammissibili, associato ad un cinematismo.

Enunciato del teorema statico per il collasso delle travi. Enunciato del teorema cinematico per il collasso delle travi. Il teorema misto.

Applicazione del teorema dei lavori virtuali al calcolo del carico di collasso. Esempi di calcolo del carico di collasso per strutture, utilizzando i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione ottenuti in fase elastica.

#### GEOMETRIA DELLE AREE

Determinazione della posizione del baricentro di aree. Calcolo dei momenti statici di figure piane. Momenti d'inerzia di aree rispetto agli assi coordinati e momenti d'inerzia centrifughi (prodotti d'inerzia). Il momento d'inerzia polare.

Teorema di trasposizione dei momenti d'inerzia. Il tensore d'inerzia. I momenti d'inerzia principali e le direzioni principali. Casi particolari: sezione rettangolare, circolare, anulare, sezione composte da rettangoli. Applicazioni ed esempi.

#### Bibliografia e materiale didattico

##### Testi di riferimento

Casini, M. Vasta, *Scienza delle Costruzioni, Città Studi Eizioni, 2016*

Nunziante, L. Gambarotta, A. Tralli, *Scienza delle Costruzioni, Mc-Graw-Hill, 2011*

#### Modalità d'esame

Prova scritta (3 ore)

Prova orale

Ultimo aggiornamento 21/11/2021 16:35