



# UNIVERSITÀ DI PISA

## EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

SERGIO SPAGNOLO

|                 |         |
|-----------------|---------|
| Anno accademico | 2021/22 |
| CdS             | FISICA  |
| Codice          | 672AA   |
| CFU             | 6       |

|                                     |           |         |     |                 |
|-------------------------------------|-----------|---------|-----|-----------------|
| Moduli                              | Settore/i | Tipo    | Ore | Docente/i       |
| EQUAZIONI ALLE<br>DERIVATE PARZIALI | MAT/05    | LEZIONI | 48  | SERGIO SPAGNOLO |

### Obiettivi di apprendimento

#### Conoscenze

Ci si propone di fornire agli studenti una conoscenza parziale ma approfondita delle principali proprietà, e relative tecniche, di varie equazioni differenziali (in più variabili) che provengono dallo studio di importanti problemi fisici.

#### Modalità di verifica delle conoscenze

L'esame finale è orale. Lo studente sarà richiesto di discutere alcuni aspetti fra quelli illustrati a lezione, mettendo anche in luce il suo interesse per la materia.

#### Capacità

Lo studente dovrebbe acquisire una buona padronanza della materia.

#### Modalità di verifica delle capacità

L'esame orale consentirà di verificare le capacità dello studente.

#### Prerequisiti (conoscenze iniziali)

Per seguire il corso in modo proficuo lo studente dovrebbe aver preliminarmente seguito i corsi di base di Analisi matematica del primo biennio, ed in particolare avere una discreta conoscenza della teoria dell'integrale e dei fondamenti dell'Analisi funzionale.

#### Programma (contenuti dell'insegnamento)

**I - Teoria dell'integrazione (richiami).** Misura e Integrale di Lebesgue. Teor. di Fubini-Tonelli. Teor. di Lebesgue sulla convergenza dominata. Assoluta continuità dell'integrale. Misure di Radon. Spazi di Banach e Hilbert, operatori lineari, dualità, Teor. di Hahn-Banach. Elementi di Teoria geometrica della misura: curve, superfici, formule di Gauss-Green.

**II - Equazioni modello.** Equazioni del trasporto (metodo delle curve caratteristiche). Eq. di Laplace sul piano euclideo. Eq. del calore in una variabile spaziale (Fourier). Eq. della corda vibrante (D'Alembert).

**III - Analisi funzionale.** Spazi  $L^p$ . Convoluzione. Mollicatori di Friedrichs e di Gauss. Delta di Dirac. Derivate deboli e spazi di Sobolev. Spazi vettoriali topologici (cenni). Spazi  $D$ ,  $S$  e loro duali  $D'$ ,  $S'$  (distribuzioni). Spazi di Sobolev con esponente negativo. Trasformata di Fourier su  $L^1$ . Formula d'inversione. Trasf. di Fourier su  $S$ ,  $S'$ ,  $L^2$ . Teor. di Paley-Wiener.

**IV - Teoria generale delle EDP.** Laplaciano in  $n$  variabili: soluzioni fondamentali. Funzioni armoniche. Teor. della media. Principio del massimo. Eq. ellittiche di tipo generale: Problema di Dirichlet (cenni). Eq. del calore in  $n$  variabili spaziali: soluzione fondamentale, Problema di Cauchy, stima dell'energia. Equazioni astratte di evoluzione (cenni). Eq. di Schrodinger. Eq. delle onde nello spazio fisico: formula di Kirchhoff, velocità finita di propagazione, principio di Huyghens. Equazioni iperboliche di tipo generale: metodo dell'energia, buona positura negli spazi di Sobolev. Sistemi iperboliche secondo Hadamard. Sistemi simmetrici. Sistemi strettamente iperboliche: simmetrizzatore pseudo-differenziale (cenni). Sistema di Maxwell.

#### Bibliografia e materiale didattico

L. Evans, Partial Differential Equations, Graduate Stud. Math. 19, AMS 1998.  
S. Spagnolo, Appunti del Corso di EDP

#### Modalità d'esame

L'esame è in forma orale. La frequenza alle lezioni è vivamente consigliata.

