



# UNIVERSITÀ DI PISA

---

## TEORIA ALGEBRICA DEI NUMERI 1

### ILARIA DEL CORSO

Anno accademico	2022/23
CdS	MATEMATICA
Codice	077AA
CFU	6

Moduli	Settore/i	Tipo	Ore	Docente/i
TEORIA ALGEBRICA DEI NUMERI 1	MAT/02	LEZIONI	48	ANDREA BANDINI ILARIA DEL CORSO

#### Obiettivi di apprendimento

##### *Conoscenze*

Conoscenze della teoria e degli esempi principali sui campi di numeri

##### *Modalità di verifica delle conoscenze*

Esame orale

##### *Capacità*

Coleggere gli argomenti, risolvere problemi, fornire esempi

##### *Modalità di verifica delle capacità*

Esame orale

##### *Comportamenti*

Seguire le lezioni e completare la preparazione con studio individuale durante tutto il semestre

##### *Modalità di verifica dei comportamenti*

Nessuna

##### *Prerequisiti (conoscenze iniziali)*

Contenuti di Aritmetica e Algebra 1

##### *Indicazioni metodologiche*

Studio e risoluzione di esercizi

##### *Programma (contenuti dell'insegnamento)*

PROGRAMMA PRELIMINARE DI TEORIA ALGEBRICA DEI NUMERI 1

Richiami di teoria di Galois. Corrispondenza di Galois. Gruppi di Galois delle estensioni ciclotomiche e dei campi finiti. Estensioni intere di un anello. Norma e traccia. Struttura additiva dell'anello degli interi di un campo dei numeri. L'anello degli interi dei campi quadratici. Discriminante di una  $\mathbb{Z}$ -algebra di elementi algebrici. Cambi di base e relazioni fra i discriminanti. Basi intere dei campi ciclotomici. Basi intere costruite mediante polinomi valutati in un generatore intero. Domini di Dedekind. Gruppo degli ideali frazionari e gruppo delle



## UNIVERSITÀ DI PISA

---

classi di ideali. Fattorizzazione unica degli ideali nei domini di Dedekind.

Indice di ramificazione e grado di inerzia dei primi nelle estensioni. Formula di connessione con il grado dell'estensione.

Il caso delle estensioni di Galois. Teorema di Kummer sullo spezzamento dei primi nelle estensioni. Spezzamento dei primi nei campi quadratici e nei campi ciclotomici.

Estensioni di Galois: gruppi di decomposizione e gruppi di inerzia.

Estensioni massimali non ramificate ed estensioni massimali in cui un primo si spezza completamente. Applicazioni ai campi ciclotomici: legge di reciprocità quadratica.

Automorfismo di Frobenius per i primi non ramificati.

Caratterizzazione dei primi ramificati come quelli che dividono il discriminante del campo.

Teorema del corpo convesso di Minkowski. Finitezza del gruppo delle classi di ideali e determinazione della costante di Minkowski.

Finitezza dell'insieme dei campi di numeri che ha un discriminante assegnato. Teorema delle unità di Dirichlet.

### Bibliografia e materiale didattico

D. Marcus, Number Fields, Springer Verlag 1977.

W. Narckiewicz, Elementary and Analytic Theory of Algebraic Numbers, Springer 2004.

P. Samuel, Théorie Algèbre des Nombres, Hermann, Paris 1971.

### Indicazioni per non frequentanti

Fare riferimento al registro delle lezioni, alla pagina web e al programma.

### Modalità d'esame

Esame orale

Ultimo aggiornamento 22/09/2022 11:17